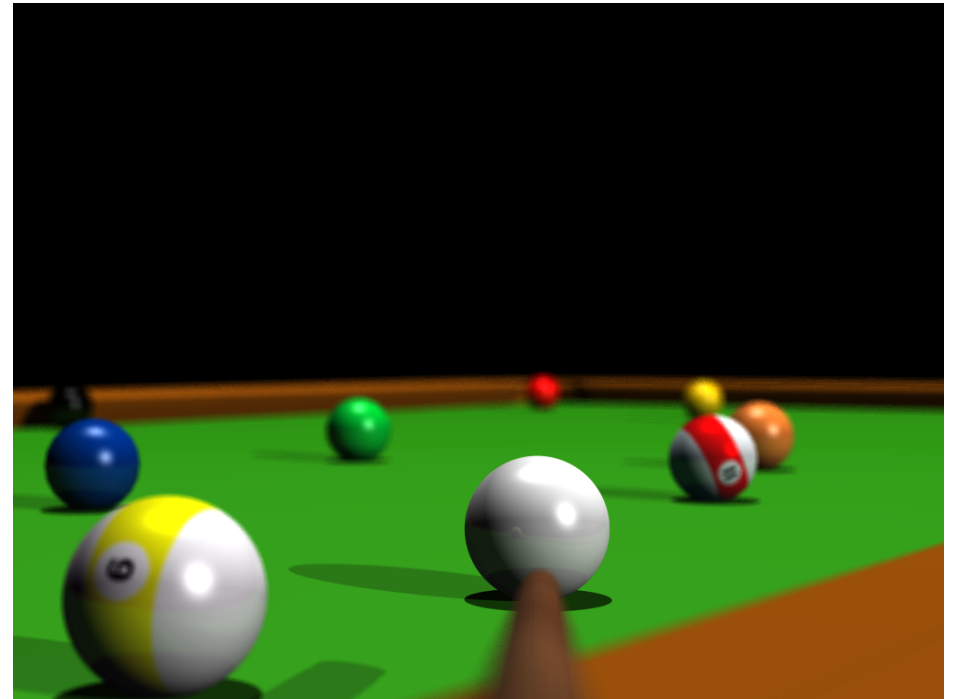


Urti

- Urto e conservazione della quantità di moto
- Urto totalmente anelastico in due dimensioni
- Urti elastici in una dimensione
- Casi speciali
- Urto elastico contro un muro
- Urto in due dimensioni (accenni)



Urti e conservazione

In generale per un sistema

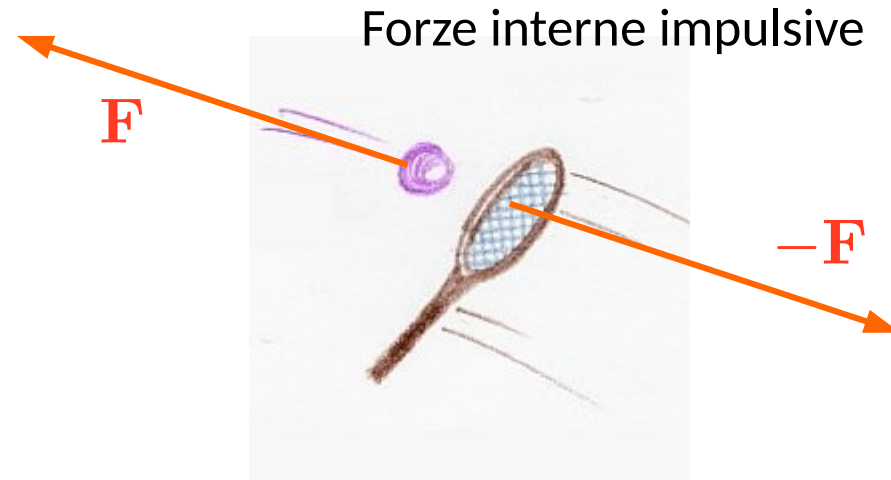
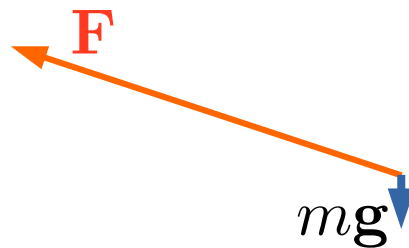
$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \mathbf{F}_{ext}$$

Quindi la quantità di moto si conserva
se $\mathbf{F}_{ext} = 0$

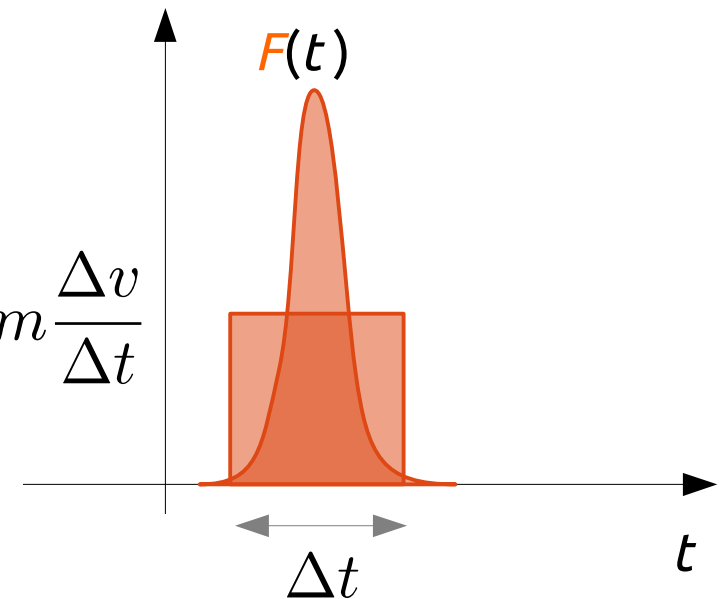
$$\Delta v \approx 30 \text{ m/s}$$

$$\Delta t \approx 0.001 \text{ s}$$

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2$$



$$\langle \mathbf{F} \rangle = m \frac{\Delta v}{\Delta t}$$



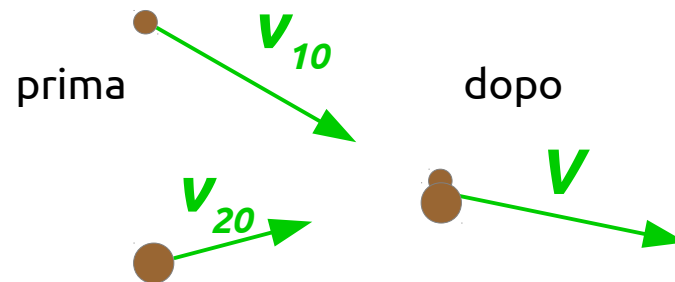
Forza impulsiva

Urti: quando si conserva P ?

- Forze impulsive: si ignorano le altre forze
- Forze interne e forze esterne: solo le esterne contano
- Se le forze impulsive sono solo interne

Urto totalmente anelastico nel piano

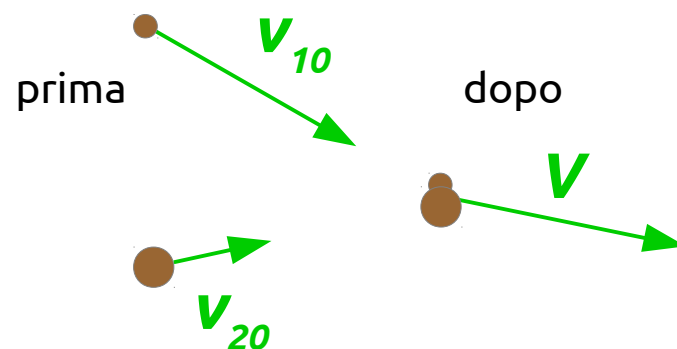
I corpi dopo l'urto restano uniti



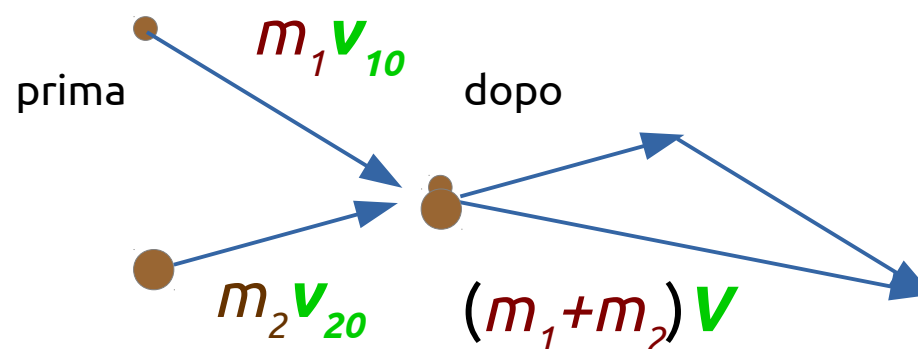
- Risultante delle forze esterne **nulla**: si conserva la quantità di moto.
- Urto **anelastico**: NON si conserva l'energia meccanica.

Urto totalmente anelastico nel piano

I corpi restano uniti

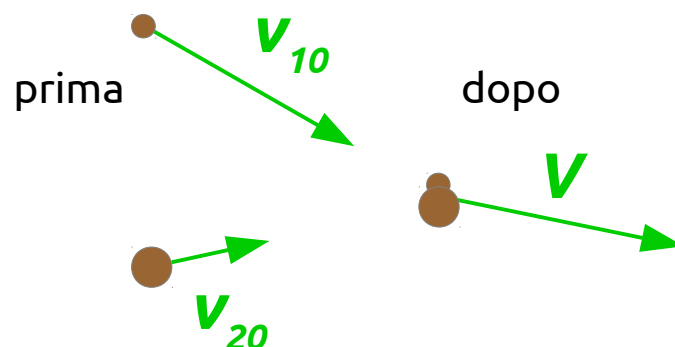


$$\mathbf{V} = \frac{\mathbf{P}}{m_1 + m_2} = \mathbf{V}_{cm}$$



Urto totalmente anelastico nel piano

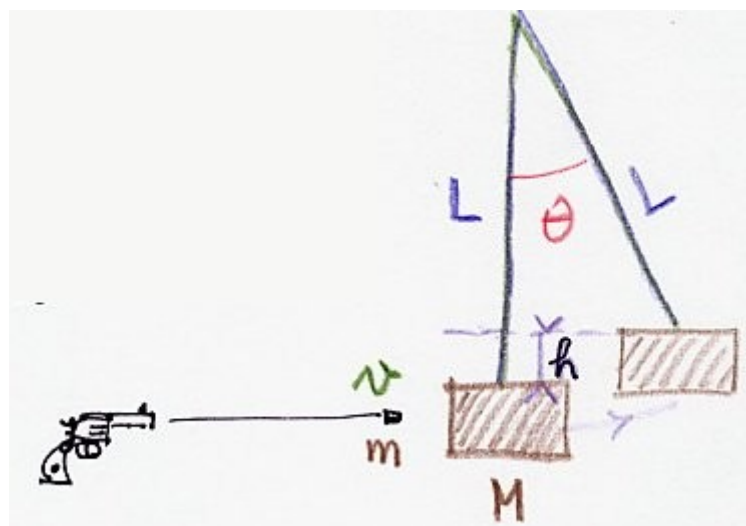
I corpi restano uniti



$$\mathbf{V} = \frac{\mathbf{P}}{m_1 + m_2} = \mathbf{V}_{cm}$$

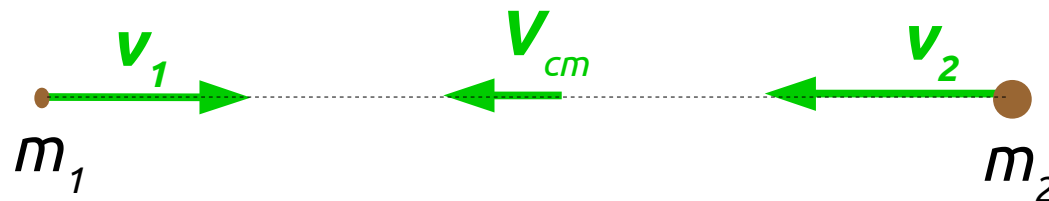
Esempio: pendolo balistico

Per misurare le velocità
 $\mathbf{v}$ del proiettile dall'angolo
 θ del pendolo



Urto elastico in una dimensione

Due corpi **puntiformi**, in moto lungo una rotaia, si scontrano:



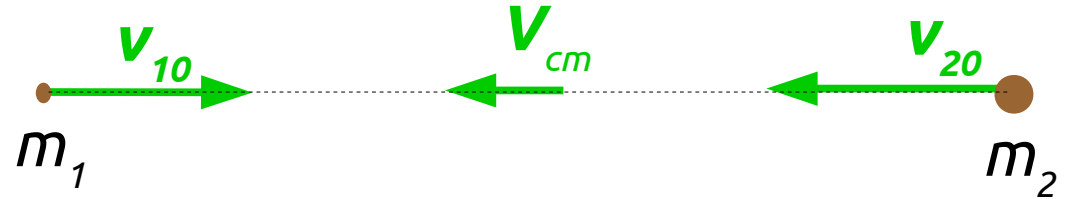
- Risultante delle forze esterne **nulla**: si conserva la quantità di moto.
- Urto **elastico**: si conserva l'energia meccanica.

Strategia: fare il calcolo nel sistema del centro di massa

Urto elastico in una dimensione

Due corpi **puntiformi**, in moto lungo una rotaia, si scontrano:

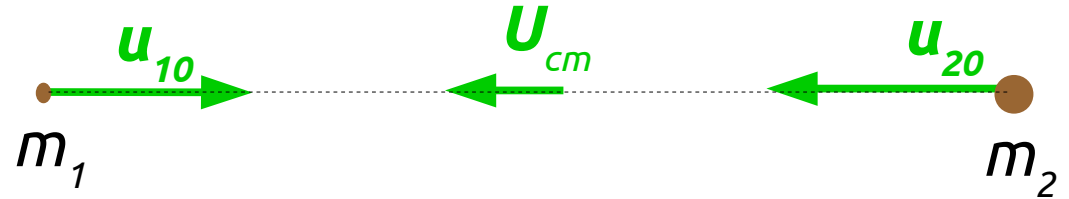
Conservazioni nel centro di massa:



Urto elastico in una dimensione

Due corpi **puntiformi**, in moto lungo una rotaia, si scontrano:

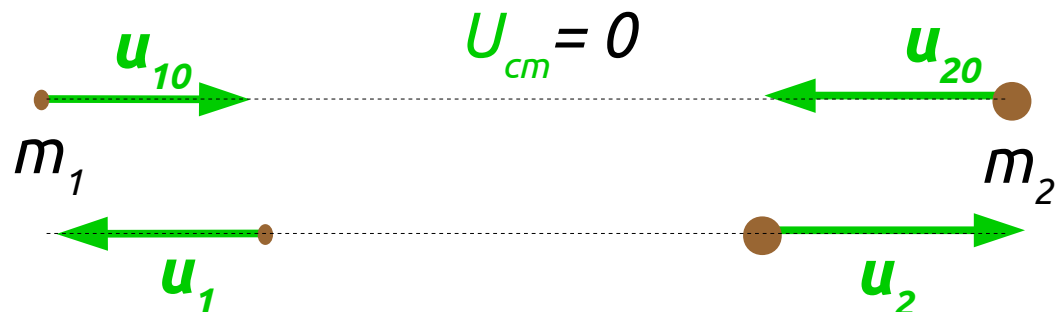
Conservazioni nel centro di massa:



Urto elastico in una dimensione

Due corpi **puntiformi**, in moto lungo una rotaia, si scontrano:

Conservazioni nel centro di massa:



conservazione momento

$$m_1 u_{10} + m_2 u_{20} = 0 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

$$u_1 = u_{10}$$

nessun
urto

$$u_2 = u_{20}$$

$$\frac{1}{2} m_1 u_{10}^2 + \frac{1}{2} m_2 u_{20}^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2$$

conservazione energia

$$u_1 = -u_{10}$$

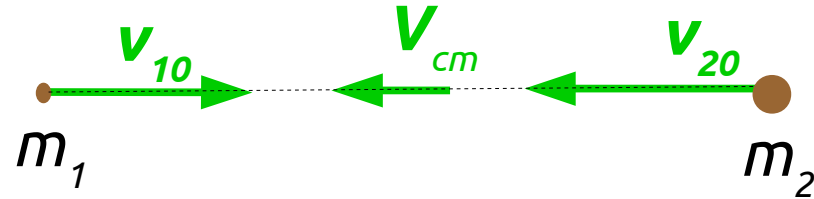
urto

$$u_2 = -u_{20}$$

Urto elastico in una dimensione

Due corpi **puntiformi**, in moto lungo una rotaia, si scontrano:

$$V_{cm} =$$



$$u_{10} =$$

$$u_{11} =$$

$$V_{11} =$$

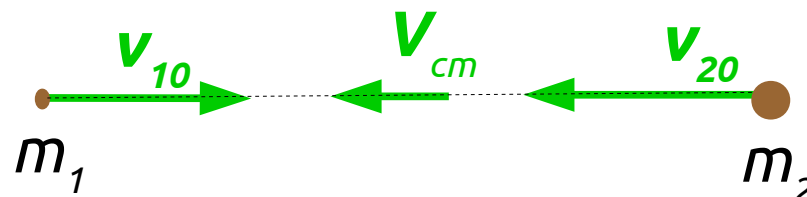
$$u_{21} =$$

$$V_{21} =$$

Urto elastico in una dimensione

Due corpi **puntiformi**, in moto lungo una rotaia, si scontrano:

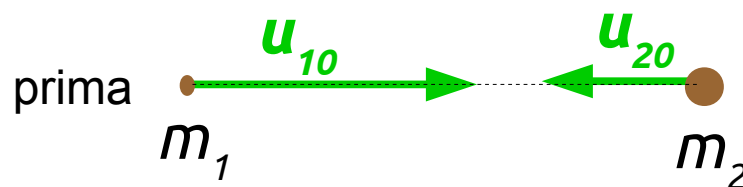
nel laboratorio



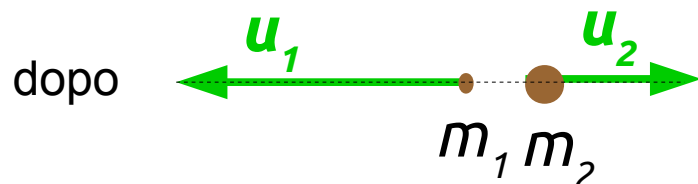
$$\mathbf{v}_{CM} = \frac{m_1 \mathbf{v}_{10} + m_2 \mathbf{v}_{20}}{M} \quad M = m_1 + m_2$$

e nel centro di massa

$$u_{10} = v_{10} - v_{CM}$$
$$u_{20} = v_{20} - v_{CM}$$



$$u_1 = -u_{10}$$
$$u_2 = -u_{20}$$

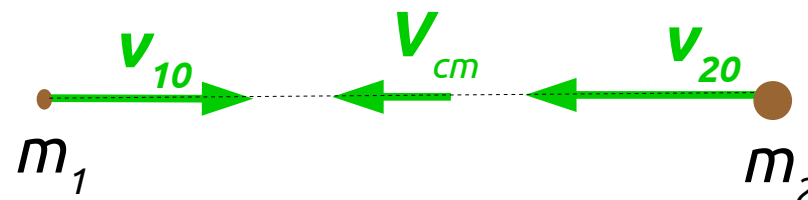


$$v_1 = \frac{2m_2}{M} v_{20} + \frac{m_1 - m_2}{M} v_{10}$$
$$v_2 = \frac{2m_1}{M} v_{10} + \frac{m_2 - m_1}{M} v_{20}$$

Casi speciali di urto elastico

$$v_1 = \frac{2m_2}{M} v_{20} + \frac{m_1 - m_2}{M} v_{10}$$

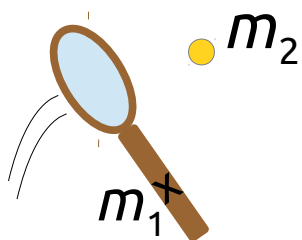
$$v_2 = \frac{2m_1}{M} v_{10} + \frac{m_2 - m_1}{M} v_{20}$$



Urto contro corpo fermo

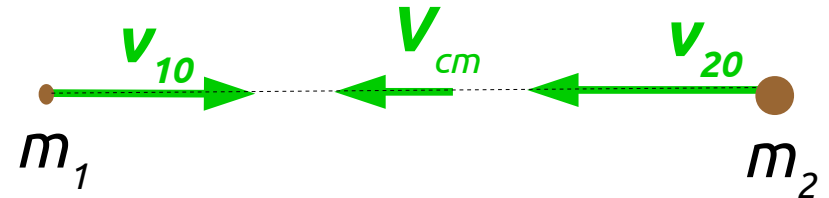
$$v_{20} = 0$$

se $m_1 \gg m_2$



Casi speciali di urto elastico

$$v_1 = \frac{2m_2}{M} v_{20} + \frac{m_1 - m_2}{M} v_{10}$$
$$v_2 = \frac{2m_1}{M} v_{10} + \frac{m_2 - m_1}{M} v_{20}$$



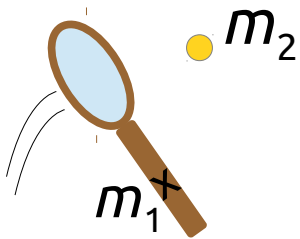
Urto contro corpo fermo

$$v_{20} = 0$$

$$v_1 = \frac{m_1 - m_2}{M} v_{10} \quad v_2 = \frac{2m_1}{M} v_{10}$$

se $m_1 \gg m_2$

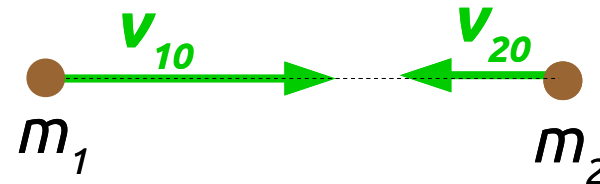
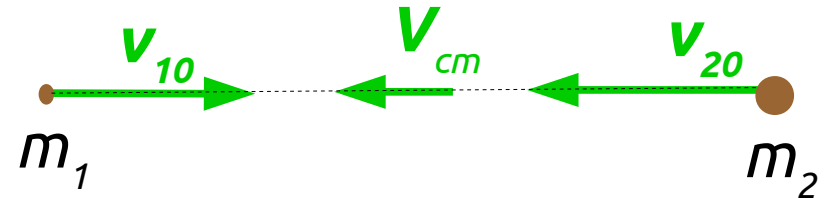
$$v_1 \approx v_{10} \quad v_2 \approx 2v_{10}$$



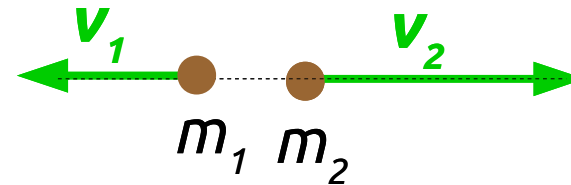
Casi speciali di urto elastico

$$v_1 = \frac{2m_2}{M} v_{20} + \frac{m_1 - m_2}{M} v_{10}$$

$$v_2 = \frac{2m_1}{M} v_{10} + \frac{m_2 - m_1}{M} v_{20}$$



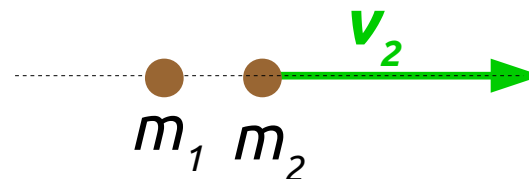
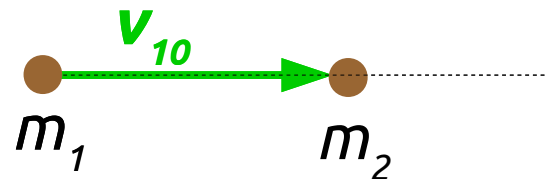
Urto tra corpi uguali ($m_1 = m_2$)



$$v_1 = v_{20}$$

$$v_2 = v_{10}$$

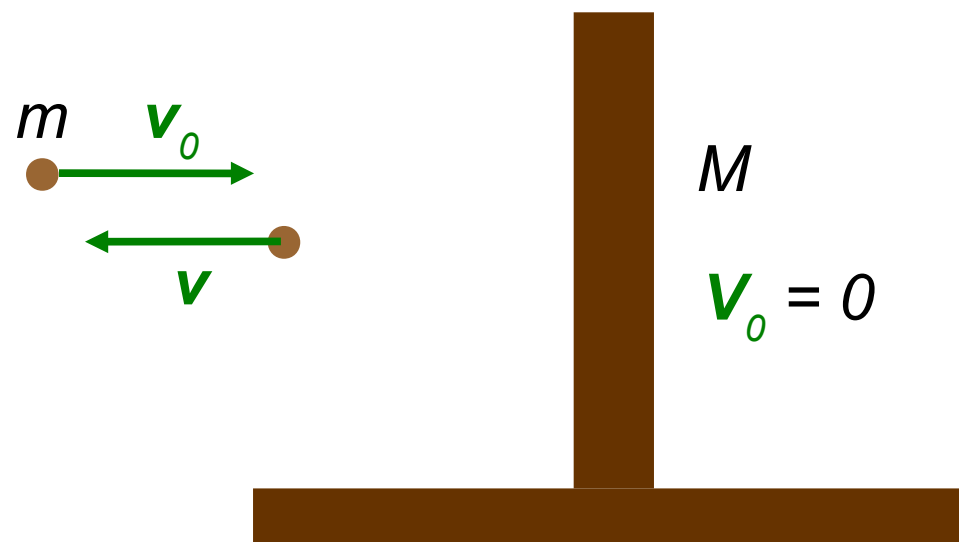
se $v_{20} = 0$



$$v_1 = 0$$

$$v_2 = v_{10}$$

Caso speciale: urto contro il muro



Il muro ha massa M quasi infinita

Quindi $V_{cm} =$

(il muro è il sistema del centro di massa)

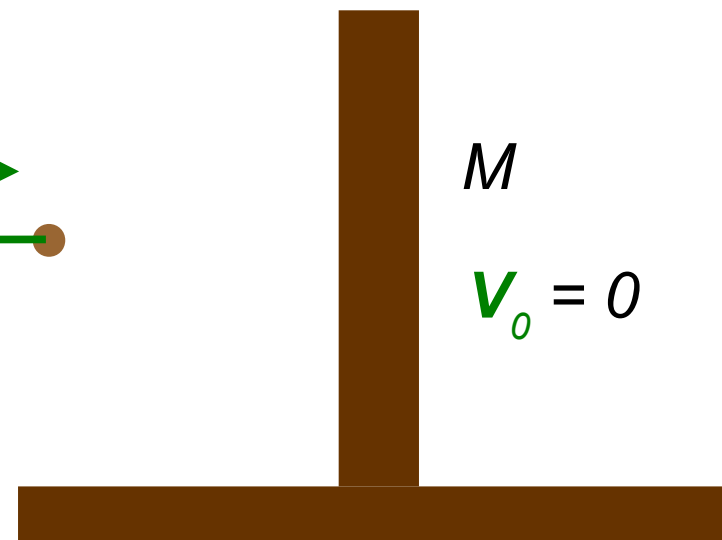
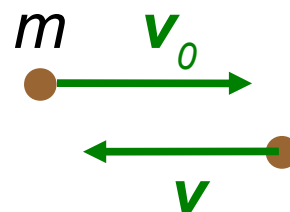
Quanto vale la quantità di moto del muro dopo l'urto?

Caso speciale: urto contro il muro

prima

dopo

$$P = mv_0$$

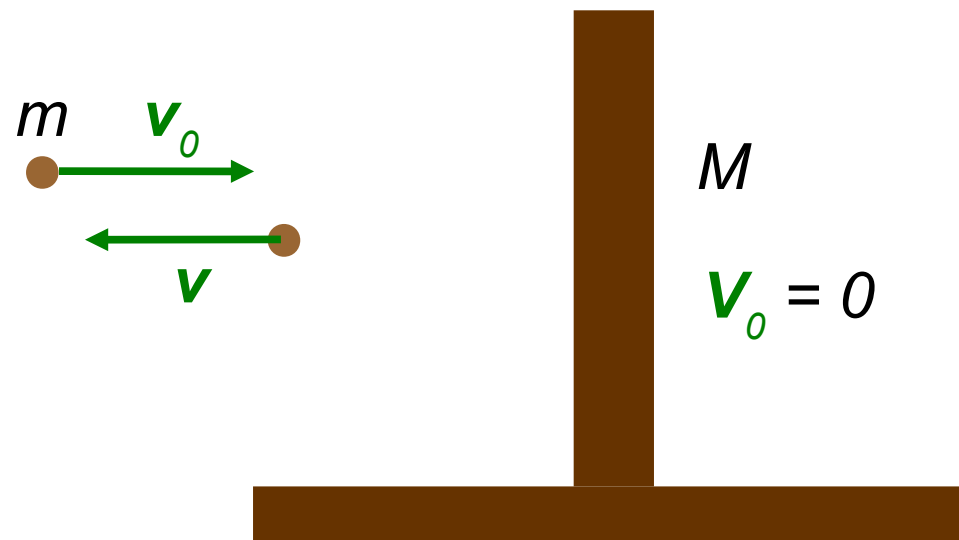


Quantità di moto del muro $MV =$

Velocità del muro $V =$

Energia cinetica del muro $\frac{1}{2}MV^2 =$

Caso speciale: urto contro il muro



prima

dopo

$$P = mv_0 \quad P = -mv_0 + MV$$

Quantità di moto del muro

$$MV = 2mv_0$$

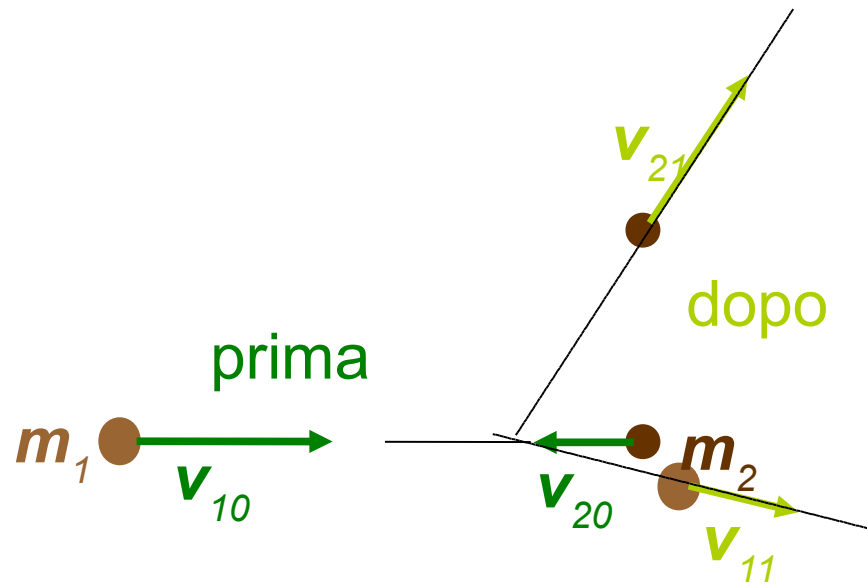
Velocità del muro

$$V = \frac{2mv_0}{M} = 0$$

Energia cinetica del muro

$$\frac{1}{2} MV^2 = \frac{1}{2} \frac{(2mv_0)^2}{M} = 0$$

Urto elastico sul piano



Manca un'equazione.

Nel centro di massa

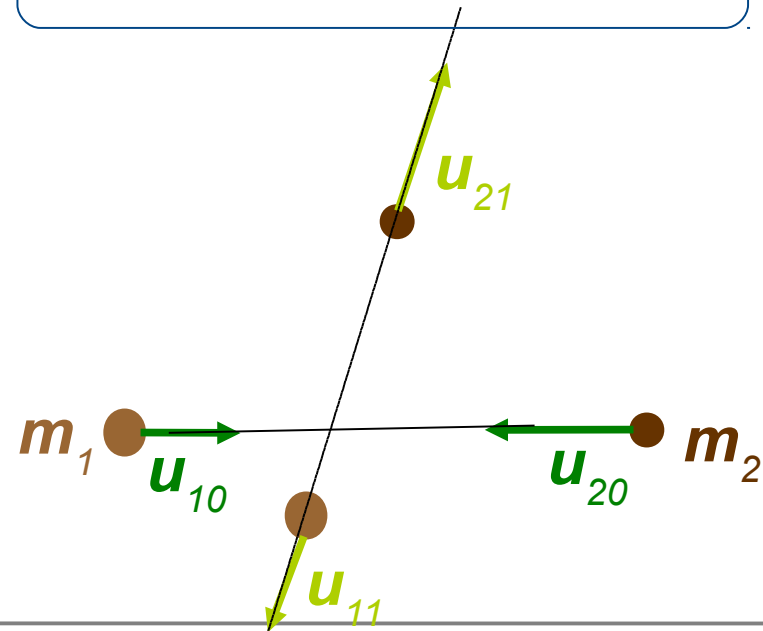
$$m_1 u_{10} + m_2 u_{20} = 0$$

$$m_1 u_{11} + m_2 u_{21} = 0$$

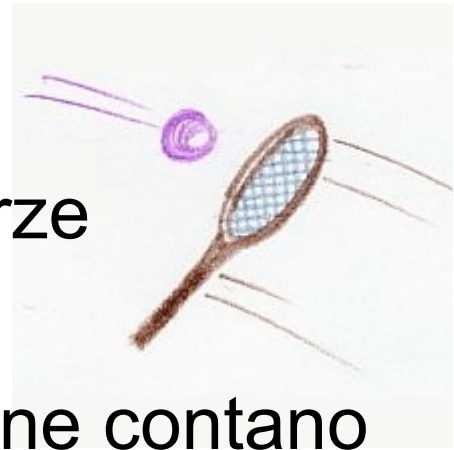
Nel laboratorio

$$\begin{cases} E_{k0} = E_{k1} \\ P_{x0} = P_{x1} \\ P_{y0} = P_{y1} \end{cases}$$

3 equazioni, 4 incognite



Quando si conserva P?



- Urti: forze impulsive, si ignorano le altre forze
- Forze interne e forze esterne: solo le esterne contano

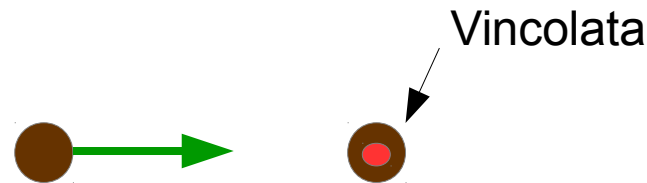
$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \mathbf{F}_{ext}$$

- Se le forze impulsive sono solo interne

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = 0$$

- P non si conserva con forze impulsive esterne

Vincoli!



$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} \neq 0$$

Problemi

- Un'auto di massa $M_a=10^3$ kg viaggia a $v_a=30$ km/h verso est. Si scontra con un camion di massa $M_c=8 \cdot 10^3$ kg che viaggia con velocità $v_c=20$ km/h verso sud. I due veicoli restano agganciati. Calcolare modulo V e direzione (angolo θ con la direzione ovest-est) della loro velocità finale (10.43)

Problemi

- Proiettile di massa $m=50$ g e $v_i=500$ m/s sparato attraverso un blocco di massa $M=1$ kg sospeso con corda lunga $l=2$ m. Il blocco si alza di $h=50$ mm. Calcolare la velocità v_u di uscita del proiettile e il lavoro L delle forze d'attrito proiettile-blocco.
(10.38)