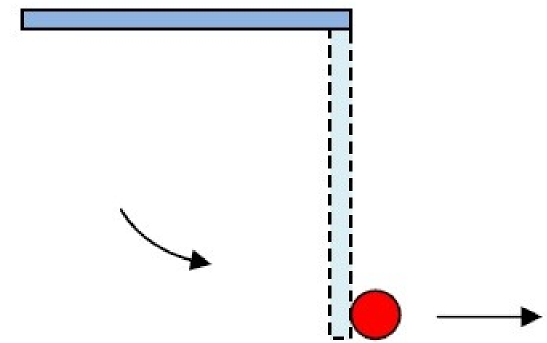
Esercizio 1

Una sbarretta omogenea di lunghezza *D* e massa *M* ruota attorno ad un perno senza attrito posto ad una delle sue estremità. La sbarretta parte da ferma in posizione orizzontale. Quando raggiunge la verticale l'estremo libero della sbarra urta anelasticamente una pallina di massa *m*. Dopo l'urto la sbarretta è ferma e la palla si muove orizzontalmente. Determinare:



(a) l'accelerazione angolare α iniziale della sbarretta;
(b) l'accelerazione lineare iniziale *a* del suo estremo sinistro;
(c) il momento angolare *L* della sbarretta appena prima dell'urto;
(d) la velocità della pallina *v* appena dopo l'urto;
(e) la quantità di moto Δ*p* assorbita dal perno nell'urto;
(f) l'energia Δ*E* dissipata nell'urto.

$$[\alpha=\frac{3g}{2D};a=\frac{3g}{2};L=\frac{1}{3}MD^2\sqrt{\frac{3g}{D}};v=\frac{M}{3m}\sqrt{3gD};\Delta p=\frac{1}{6}M\sqrt{3gD};\Delta E=\frac{1}{2}MgD(1-\frac{M}{3m})]$$

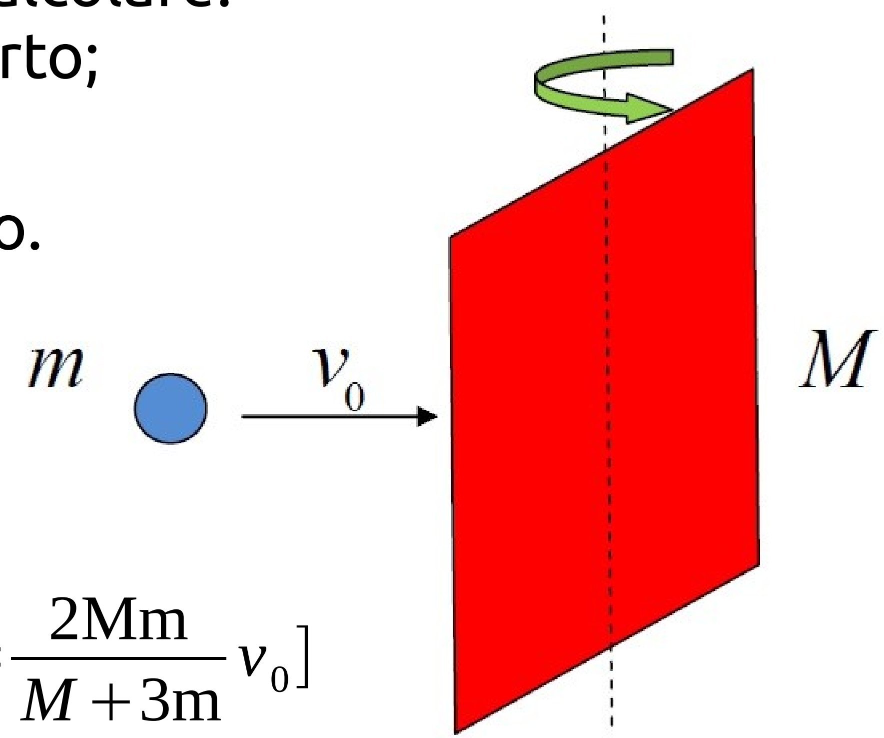
Esercizio 2

E’ noto che la Terra, raffreddandosi nel corso della sua formazione, ha subito una contrazione.
Determinare il suo periodo di rotazione T_0 quando la sua densità era solo $\rho_0 = 1.1 g/cm^3$. Si assuma una massa totale uguale a quella attuale e la si consideri distribuita uniformemente.
La densità attuale della Terra è $\rho = 5.52 g/cm^3$.

$$[T_0 = 2.93 \quad \text{giorni}]$$

Esercizio 3

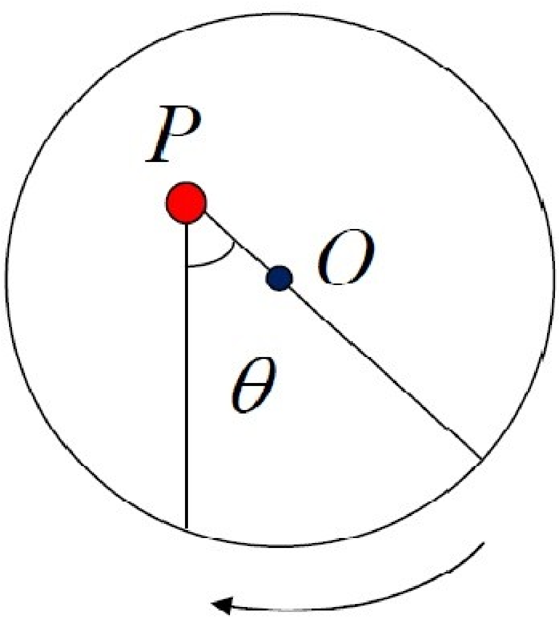
Una porta girevole di massa *M* e larga *l* è imperniata al centro (lungo l'asse di simmetria verticale); una pallina di massa *m* viene lanciata con velocità v_0 contro un suo estremo (a distanza $l/2$ dall'asse) in direzione perpendicolare alla porta.
La pallina rimbalza elasticamente (inverte la direzione di marcia).
Conservando il momento angolare calcolare:
a) la velocità v_1 della pallina dopo l'urto;
b) la velocità angolare ω della porta;
c) la quantità di moto ceduta al perno.



$$\left[v_1 = \frac{M-3\mathrm{m}}{M+3\mathrm{m}} v_0 ; \omega = \frac{12\mathrm{m}}{M+3\mathrm{m}} \frac{v_0}{l} ; \Delta p = \frac{2M\mathrm{m}}{M+3\mathrm{m}} v_0\right]$$

Esercizio 4

Ricavare il periodo delle piccole oscillazioni del pendolo fisico Costituito da un disco omogeneo di raggio *R* e massa *m* che oscilla attorno ad un asse ortogonale al piano della figura e passante per il punto *P* distante *L* dal centro *O* del disco. Determinare per quale valore di *L* il periodo è minimo.



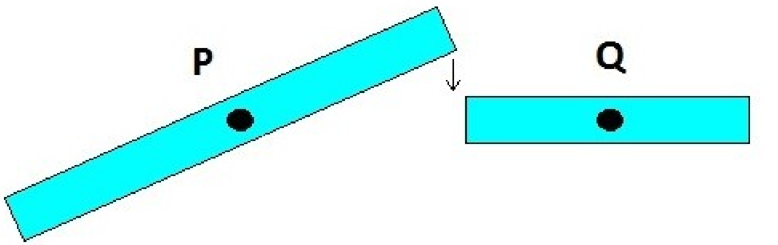
$$\left[T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{R^2}{2} + L^2}{gL}}\,;\, L = \frac{R}{\sqrt{2}}\right]$$

Esercizio 5 (casa)

Due barre di uguale massa *M*=10kg, lunghe *D*=30cm e *d*=20cm possono ruotare nel piano attorno ad assi che passano rispettivamente per il loro centro di massa P e Q. Gli estremi si urtano quando sono entrambe allineate lungo la direzione orizzontale $\hat{x}$. La prima ruota con velocità angolare $\omega_0 = 20\,\mathrm{rad}/s$, la seconda è ferma lungo $\hat{x}$ e si urtano elasticamente. Calcolare:

a) Il modulo del momento angolare L_{10} della prima barra, prima dell'urto;

b) l'energia cinetica E_{10} della prima barra, prima dell'urto;



c) l'energia cinetica E_{11} della prima barra, dopo l'urto;

d) la velocità angolare ω_2 della seconda barra, dopo l'urto.

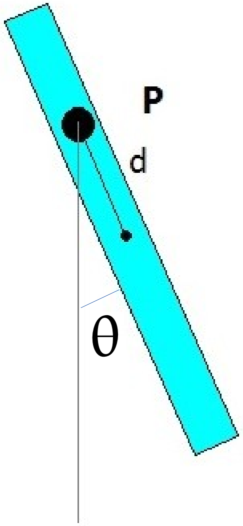
(*Suggerimento: controllare quali grandezze si conservano*)

$$[L_{10} = 1.5\,\mathrm{kg\ m^2}/s\,;\,E_{10} = 15\,\mathrm{J}\,;\,E_{11} = 25\,\mathrm{J}\,;\,\omega_2 = 27.7\,\mathrm{rad/s}]$$

v. http://www.fis.unipr.it/~derenzi/dispense/pmwiki.php?n=Meccanica.UrtoTraRotatori

Esercizio 6 (casa)

Una sbarra uniforme di massa *M*=2kg e lunghezza *L*=60cm può ruotare attorno ad un suo punto P, che dista *d*=15 cm dal centro di massa. Questo sistema costituisce un pendolo che viene rilasciato da fermo all'angolo $\theta=\pi/8$ rispetto alla verticale. Disegnare il diagramma di corpo libero della barra e calcolare, considerando le oscillazioni di piccolo angolo:



a) il momento risultante τ_z delle forze rispetto all'asse per P;
b) il momento d'inerzia *I* rispetto all'asse per P;
c) il periodo *T* delle piccole oscillazioni;
d) l'energia cinetica E_k massima del pendolo:
e) il momento angolare massimo *L* del pendolo.

$$[\tau_z = 1.13\,\mathrm{Nm};\quad \mathrm{I}_P = 0.105\,\mathrm{kg\,m^2};\quad T = 1.19\,\mathrm{s};\quad E_k = 0.227\,\mathrm{J};\quad L = 0.218\,\mathrm{kg\,m^2 s^{-1}}]$$