

Esercizio 1

Il Sole ha massa $M_s = 2 \cdot 10^{30}$ kg. Calcolare:

1. il raggio d_m dell'orbita per la quale il periodo di rotazione è $T = 88$ giorni;
2. la velocità tangenziale v di un corpo che giace in quell'orbita;
3. il valore g_s dell'accelerazione di gravità solare lungo l'orbita;
4. l'energia U che occorre fornire ad un corpo di massa $m = 10^3$ kg per portarlo ad orbitare da distanza d_m a distanza $2d_m$;
5. il periodo di rotazione T' a quella nuova distanza.

$$\left[d_m = \left(\frac{GM_s T^2}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} = 5.8 \cdot 10^{10} \text{ m}; \quad v = \frac{2\pi d_m}{T} = 4.8 \cdot 10^4 \text{ m/s}; \quad g = G \frac{M_s}{d_m^2} = 0.04 \text{ m/s}^2 \right]$$

$$\left[U = G \frac{mM_s}{4d_m} = 5.7 \cdot 10^{11} \text{ J}; \quad T' = 2\pi \sqrt{\frac{8d_m^3}{GM_s}} = 249 \text{ giorni} \right]$$

Esercizio 2

Una massa $M = 1.0 \text{ kg}$ è appesa ad un filo di massa trascurabile e di lunghezza $l = 2.0 \text{ m}$. Inizialmente il filo forma un angolo $\theta_0 = \frac{\pi}{6}$ con la verticale. Ad un certo istante la massa viene rilasciata. Calcolare:

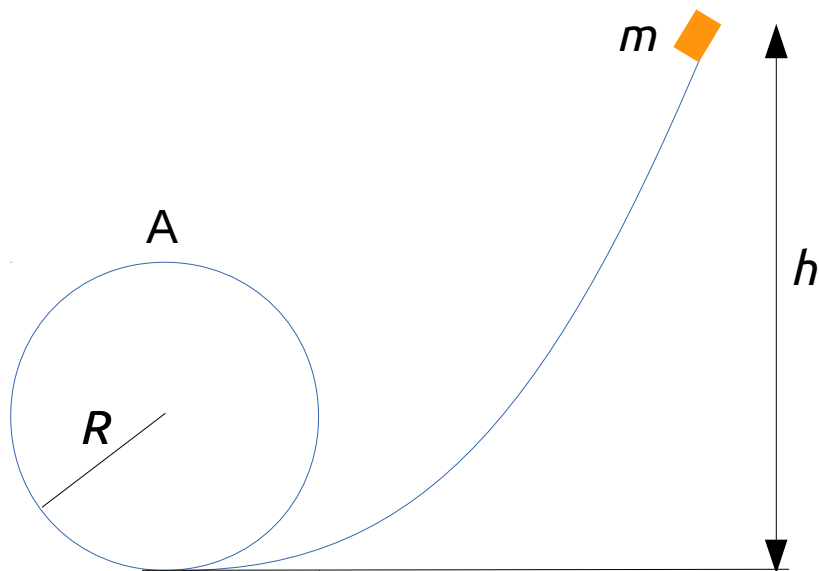
- a) l'espressione dell'energia potenziale per un generico angolo θ ;
- b) l'energia cinetica $E_k(\theta_1)$ quando la massa passa per la verticale ($\theta_1 = 0$);
- c) la velocità della massa $v(\theta_2)$ per $\theta_2 = -\theta_0$;
- d) la tensione $T(\theta_1)$ del filo per $\theta_1 = 0$.

$$[Mgl(1 - \cos \theta); E_k(0) = 2.6 \text{ J}; v(\theta_2) = 0 \text{ m/s}; T = 12 \text{ N}]$$

Esercizio 3

Un punto materiale di massa m scivola senza attrito lungo la guida rappresentata in figura. Se la massa viene lasciata cadere da ferma da un'altezza $h = 7/2 R$, dove R è il raggio della parte finale della guida, quanto vale la sua velocità v nel punto A?

Quanto vale, sempre in A, la forza normale N agente su m ?



$$[v = \sqrt{3gR}; \quad N = 2mg]$$

Esercizio 4

Un pendolo semplice di massa m e lunghezza l oscilla in un piano verticale con ampiezza $\theta_0 = \frac{\pi}{6}$. Calcolare, in funzione dell'angolo θ ,

- a) la velocità $v(\theta)$ della massa,
- b) l'accelerazione centripeta $a_N(\theta)$ e tangenziale $a_T(\theta)$ della massa
- c) il modulo della reazione vincolare $T(\theta)$ nel punto di sospensione.

$$\begin{aligned} &[v(\theta) = \sqrt{2gl(\cos \theta - \cos \theta_0)}]; \\ &[a_N = 2g(\cos \theta - \cos \theta_0); \quad a_T = g \sin \theta; \quad T = mg(3\cos \theta - 2\cos \theta_0)] \end{aligned}$$

Esercizio 5 (casa)

Un satellite per telecomunicazioni di massa $m=50$ kg percorre l'orbita geostazionaria (ruota assieme alla Terra attorno al suo asse), ossia ha periodo $T=1$ giorno. Sapendo che $M_T=5.96 \cdot 10^{24}$ kg, $G=6.67 \cdot 10^{-11}$ Nm²kg⁻² calcolare

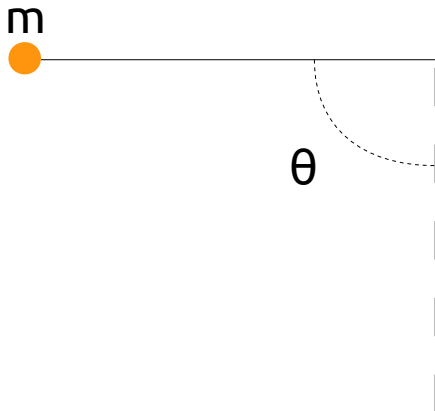
- a) Il raggio R dell'orbita,
- b) L'energia totale E del satellite sull'orbita
- c) La velocità tangenziale v lungo l'orbita.

$$[R=4.2 \cdot 10^4 \text{ km}; \quad E=-2.4 \cdot 10^2 \text{ MJ}; \quad v=3.1 \cdot 10^3 \text{ m/s}]$$

Esercizio 6 (casa)

Un pendolo è formato da una massa $m=0.5$ kg appesa ad corda ideale lunga $l = 2$ m. Viene rilasciato da fermo mentre il filo teso forma un angolo $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ con la verticale. Calcolare

- a) La velocità v con cui transita per la verticale , $\theta_1 = 0$
- b) La tensione $T(0)$ della fune mentre la massa transita per la verticale
- c) La tensione $T(\theta_2)$ della fune nel punto a $\theta_2 = \frac{\pi}{4}$



$$[v = 6.26 \text{ m/s}; T(0) = 14.7 \text{ N}; T(\theta_2) = 10.4 \text{ N}]$$